

Problema 1

Les va uno de razonamiento hipotético-deductivo:

Los diablos han conseguido cruzar la puerta guardada por San Pedro y se han introducido en el cielo disfrazados de ángeles. Acaban de ser arrestados cinco sospechosos pero no se sabe quien es diablo y quien es ángel, por lo cual se los somete a interrogatorio. Claro esta, los ángeles dicen siempre la verdad, mientras que los diablos mienten constantemente. Este es el resultado del interrogatorio:

- Jorge insiste en que Juan es un diablo.
- Juan jura que Pablo es un ángel.
- Pablo sostiene que José es un diablo.
- José afirma que Santiago es un ángel.
- Santiago alega que Jorge y Juan "son diablos los dos".

Entonces, ¿quienes son los ángeles y quienes los diablos?

Fuente: Aparecido en Snark Año 2003

Solución

Si Santiago dice la verdad, Jorge y Juan son diablos y mienten, luego Juan será un ángel, contradicción.

Luego Santiago es diablo y miente, así que Jorge y Juan no son los dos diablos, pero uno de ellos si puede serlo.

José dice que Santiago es ángel, lo que es falso, luego José es diablo.

Pablo dice que José es diablo, lo que es cierto, luego Pablo es un ángel.

Juan dice que Pablo es un ángel, lo que es cierto, luego Juan es un ángel.

Jorge dice que Juan es un diablo, lo que es falso, así que Jorge es un demonio.

Tenemos que Pablo y Juan son ángeles, por lo tanto Santiago, José y Jorge demonios

Problema 2

En un recipiente cilíndrico de vidrio se hallan tres líquidos de diferente densidad e insolubles entre si. Cada líquido ocupa 1/3 del volumen del cilindro, que tiene un orificio en el centro de su base y otro en el de su tapa. El radio de cada orificio es 1/3 del de la base (tapa).

Describir un método lo mas sencillo posible (puede ser casero) para extraer el líquido de densidad intermedia sin quitar los otros dos del recipiente.

Fuente: Aparecido en Snark Año 2000

Solución

Lo más sencillo es introducir por el orificio superior un tubo tapado por un extremo, par que no entre en él el líquido más ligero, hasta situar el otro extremo en el líquido de densidad intermedia y aspirarlo. Es conveniente que el tubo no se ajuste al orificio, de forma que pueda

penetrar el aire, sin que se cree ningún vacío.

Si el depósito se pone horizontal, en principio sólo saldría el líquido de densidad intermedia, pero rápidamente empezaría a salir también el más ligero.

Solución: Ignacio Larrosa Cañestro

Problema 3

En la escuela escribió la maestra en el tablero: $n^2 + n + 17$

Tomás, el *nerd* del grupo, observa la ecuación y dice enfáticamente:

-Para cualquier n entero positivo, el resultado será siempre un número primo.

Sus compañeros lo miran con admiración...?

El cuento sigue así: Pedro, un muchacho no muy destacado, pregunta que quería decir primo. Y cuando se lo explican, dice: "Y para $n=17$, Tomás?

Fíjate en que $n^2 - n - 41$ es mejor, da números primos hasta $n=41$, y ya que eres tan inteligente, me podrás decir sin problema cuál es el mínimo n para el que $n^2 - 79n + 1601$ no es primo."

Fuente: Propuesto por Miguel - Aparecido en Snark Año 2000

Solución

$1601 = 1600 + 1 = 40^2 + 1^2$. Entonces

$$80^2 - 79 \cdot 80 + 1601 = 80 + 1601 = 2 \cdot 40 + 40^2 + 1 = (40 + 1)^2 = 41^2$$

Solución: Ignacio Larrosa Cañestro

Problema 4

Ahí va un pequeño problema al que últimamente ando dándole vueltas

En un edificio de tres plantas y planta baja hay tres viviendas con un inquilino cada una. En la 1ª planta vive Andrés, en la segunda Basilio y en la tercera Carlos. Un ascensor presta servicio. La compañía encargada del mantenimiento está interesada en investigar el uso que se hace del mismo.

Concretamente, le interesa conocer el recorrido del ascensor a lo largo de un día cualquiera. Supongamos que, al inicio de la jornada, el ascensor se encuentra situado en la planta baja. Los inquilinos lo utilizan dos veces al día cada uno: una para ir al trabajo y otra a la vuelta. Supongamos que, al finalizar la jornada, cuando los inquilinos están de vuelta en casa, el ascensor dispone de un mecanismo automático que lo sitúa de nuevo en la planta baja. ¿Cuál será el recorrido del ascensor al cabo del día?

¿Dependerá del orden en que salgan de casa y vuelvan los inquilinos? Si es así ¿cuál será el orden en que deben hacerlo para que el recorrido sea el menor posible?. Se supone que cada vez que se usa del ascensor, lo hace una sola persona. Cabe distinguir en este problema dos situaciones diferentes:

- Ningún inquilino vuelve a casa antes de que todos los demás hayan salido
 - El orden de entrada y salida puede ser cualquiera (la condición (a) no es necesaria)
- Por supuesto el problema puede generalizarse al caso de un número cualquiera de plantas en el edificio.

En el caso de que el recorrido no dependiera del orden en el que lo utilizan los inquilinos, lo interesante sería demostrar por qué y expresar el recorrido en función del número de inquilinos

Fuente: Propuesto por Martín López - Aparecido en Snark Año 2000

Solución

Hola Martín, Hola a todos

a) Se supone que al empezar el día cada uno está en su departamento, después van saliendo hasta que los departamentos quedan vacíos y finalmente todos van regresando.

En este caso, durante la mañana, el ascensor subirá vacío en todos los viajes y bajará desde cada una de las plantas hasta la planta baja con un pasajero (por definición del problema no puede llevar más que eso). Al irse la última persona, quedará en planta baja.

El ascensor recorre:

6 pisos (3 hacia arriba y 3 hacia abajo) para transportar a Carlos
4 pisos para transportar a Basilio
2 pisos para transportar a Andrés
12 pisos en total
Para un edificio de N pisos recorrerá $N*(N+1)$
Durante la tarde, el primero que llegue encontrará el ascensor en planta baja, y este subirá con un pasajero en todos los viajes desde la planta baja hasta cada una de las plantas y bajará vacío, recorriendo lo mismo que a la mañana.

A lo largo del día recorrerá 24 pisos o en

b) Para este caso, la secuencia más corta que se me ocurre es que cada viaje sea aprovechado por el vecino del piso inmediato superior o inferior para reducir al mínimo los viajes vacíos del ascensor. Por ejemplo:

Llega Carlos (sube 3) queda en el 3

Se va Basilio (baja 3) queda en PB

Se va Andrés (sube 1, baja 1) queda en PB

Vuelve Basilio (sube 2) queda en el 2

Se va Carlos (sube 1, baja 3)

Vuelve Andrés (sube 1) queda en el 1

Vuelve a PB (baja 1)

A lo largo del día recorrerá 16 pisos

En términos generales la cantidad de pisos a recorrer por este método, según la cantidad de plantas que tenga el edificio

Solución: Ernesto Gonzales

Problema 5

Dos pastores deciden unir sus pertenencias de harina para hacerse unas gachas para el almuerzo. Uno pone 200 gramos y el otro 300 gramos. Cuando ya están a punto de ponerse a comer, se les une un tercer pastor con quien reparten la comida y, en agradecimiento por la invitación, les entrega 5 euros para los dos. ¿Como deben repartirse el dinero de la manera mas justa?

Fuente: Propuesto por Ana y María Moreno Tejero- Abril 2006

Solución

Cada uno comió una tercera parte de los 500 gramos, o sean 166 gramos y 2/3. Si restamos esa cantidad a lo que cada pas-

$$300 - 166 \frac{2}{3} = 133 \frac{1}{3}$$

$$200 - 166 \frac{2}{3} = 33 \frac{1}{3}.$$

tor puso, queda: Lo anterior significa que un pastor aportó 133 1/3 gramos y el otro 33 1/3 gramos de los 166 2/3 gramos que comió el ter-

Solución: Rohuante

cer pastor. Por tanto, los 5 euros deben repartirse proporcionalmente a esas cantidades, o sea:

$$\frac{5}{166 \frac{2}{3}} \cdot 133 \frac{1}{3} = 4 \text{ Euros para el que}$$

puso 300 gramos

$$\frac{5}{166 \frac{2}{3}} \cdot 33 \frac{1}{3} = 1 \text{ Euro para el que pu-}$$

so 200 gramos

Problema 6

Del libro Mathematical Puzzles de Peter Winkler:

100 pasajeros esperan en línea para abordar un avión, pero el primero perdió su ticket y se sienta en un asiento al azar.

Cada pasajero que sigue toma su asiento si esta disponible, sino ocupa un asiento al azar.

Cual es la probabilidad de que el último pasajero encuentre su asiento ocupado?

Primero decir que les dice su intuición y después que dice la matemática.

Recopilado por: Rodolfo Kurchan

Solución

Intuitivamente me parecía que las posibilidades de que el asiento estuviera ocupado eran altísimas, llegué a pensar que sólo el 1/100 de probabilidad de que su asiento estuviera desocupado, pero luego y sin demasiada matemática, sólo infiriendo para 3 y 4 pasajeros, me di cuenta que las posibilidades son 50 y 50%.

En cualquier momento, hay un sólo asiento ocupado como máximo correspondiente a un pasajero que todavía no

subió, cuando sube alguien cuyo asiento no está ocupado, no influye, cuando sube alguien que tiene su asiento ocupado, tiene 3 opciones

a) ocupar el asiento del primero

b) ocupar el asiento del último

c) ocupar el asiento de cualquier otro

La probabilidad de C, es diferente en cada caso según el número de pasajeros que hayan subido, pero no tiene importancia, porque si ocurre c, luego subirá

otro pasajero que repetirá el proceso anterior.

El asunto se decide entre si elige A o B, y ambos son sólo un asiento y tienen la misma probabilidad de ser ocupados si ambos están libres o sea 50% para que quede libre y 50% para que quede ocupado. No importa que pasajero lo ocupe,

Solución: Pablo Adrián Sussi

Problema 7

¿Para que dígitos x e y la siguiente ecuación: $\overline{xyxy} = \overline{xx}^2 + \overline{yy}^2$ es válida?,

Recopilado por: Aldo (o sea yo)

Solución

Motivado por este lindo problemita, te envío algunas curiosidades.

$$88^2 = 7744 \quad 55^2 + 33^2 = 4114 \quad 66^2 - 55^2 = 1331$$

$$66^2 + 11^2 = 4477 \quad 66^2 + 33^2 = 5445 \quad 99^2 - 55^2 = 6776$$

$$99^2 + 11^2 = 9922 \quad 77^2 - 22^2 = 5445 \quad 88^2 - 66^2 = 3388$$

$$88^2 + 22^2 = 8228 \quad 88^2 - 33^2 = 6655 \quad 99^2 - 66^2 = 5445$$

$$88^2 + 33^2 = 8833 \quad 77^2 - 44^2 = 3993$$

Con esto, se pueden "inventar" problemitas similares. Por ejemplo:

¿Para que dígitos x e y, la siguiente ecuación: $\overline{xyyx} = \overline{aa}^2 + \overline{bb}^2$ es válida?

Equivalencias: $a = x + 4 \quad b = y + 2$

Esto puede ser un bonito motivo de obtener una gama enriquecedora de métodos de solución.

Solución: Oscar Emilio Olmedo, Santa Ana, El Salvador, C.A. (Un entrañable amigo)

Problema 8

K tiene dos admiradores matemáticos, Simón y Pedro, a quienes desafía con un problema recreativo. Para ello, piensa DOS números enteros, mayores que 1, tales que su suma no sea mayor de 40. A Simón, experto en sumas directas, le comunica telefónicamente la SUMA de ambos números. A Pedro, algebrista especializado en productos escalares, le envía un e-mail con el PRODUCTO de los números.

Entre ambos matemáticos se desarrolla el siguiente dialogo:

Simón: No puedo conocer a y b sabiendo $a+b$ pero, indudablemente tú tampoco, sabiendo ab .

Pedro: Ah... en ese caso, puedo hallar dichos números.

Simón: Con estos datos extras... yo también!

PREGUNTA: Después de leer este dialogo será posible determinar los DOS números que pensó K ?

Pedro sabe ab

Simón $a+b$

Propuesto: Aparecido en Matracas en enero del 2000

Solución

Ambos saben que la menor suma es 5 (dado que ni a ni b pueden ser 1 y a y b no pueden ser números iguales) y la mayor, 40.

Ni bien Pedro recibe el ab , lo descompone en sus factores primos. Si son sólo dos, puede inmediatamente saber cuáles son. Por lo tanto, si la suma de Simón pudiera armarse con dos primos - por ejemplo fuese 40, factible de alcanzarse con $37+3$; o $39=37+2$ - no podría asegurar "que ab no puede nunca bastar para conocer a y b ".

Descarta así:

$a+b=40$ posiblemente $37+3$	$a+b=21$ posiblemente $19+2$
$a+b=39$ posiblemente $37+2$	$a+b=20$ posiblemente $17+3$
$a+b=38$ posiblemente $31+7$	$a+b=19$ posiblemente $17+2$
$a+b=36$ posiblemente $31+5$	$a+b=18$ posiblemente $13+5$
$a+b=34$ posiblemente $31+3$	$a+b=16$ posiblemente $13+3$
$a+b=33$ posiblemente $31+2$	$a+b=15$ posiblemente $13+2$
$a+b=32$ posiblemente $29+3$	$a+b=14$ posiblemente $11+3$
$a+b=31$ posiblemente $29+2$	$a+b=13$ posiblemente $11+2$
$a+b=30$ posiblemente $23+7$	$a+b=12$ posiblemente $7+5$
$a+b=28$ posiblemente $23+5$	$a+b=10$ posiblemente $7+3$
$a+b=26$ posiblemente $23+3$	$a+b=9$ posiblemente $7+2$
$a+b=25$ posiblemente $23+2$	$a+b=8$ posiblemente $5+3$
$a+b=24$ posiblemente $19+5$	$a+b=7$ posiblemente $5+2$
$a+b=22$ posiblemente $17+5$	$a+b=5$ posiblemente $2+3$

Descartado también al $a+b=6$ (que queda determinado porque sólo puede provenir de $4+2$ y es el único que da como producto 8), sólo quedan las sumas:

$11 = 2+9, 3+8, 4+7, 5+6$

$17 = 2+15, 3+14, 4+13, 5+12, 6+11, 7+10, 8+9$

$23 = 2+21, 3+20, 4+19, 5+18, 6+17, 7+16, 8+15, 9+14, 10+13, 11+12$

$27 = 2+25, 3+24, 4+23, 5+22, 6+21, 7+20, 8+19, 9+18, 10+17, 11+16, 12+15, 13+14$

$29 = 2+27, 3+26, 4+25, 5+24, 6+23, 7+22, 8+21, 9+20, 10+19, 11+18, 12+17, 13+16, 14+15$

$35 = 2+33, 3+32, 4+31, 5+30, 6+29, 7+28, 8+27, 9+26, 10+25, 11+24, 12+23, 13+22, 14+21, 15+20, 16+19, 17+19$

$37 = 2+35, 3+34, 4+33, 5+32, 6+31, 7+30, 8+29, 9+28, 10+27, 11+26, 12+25, 13+24, 14+23, 15+22, 16+21, 17+20, 18+19.$

Si $a+b$ fuese 11, ab podría ser 18, 24, 28 ó 30. Digamos que Pedro recibiera un $ab=18$, no sabe si está frente a 2 y 9 ó 3 y 6. Pero al escuchar la declaración de Simón, descarta 3 y 6 que le hubieran dado $a+b=9$. Desde el punto de vista de Simón, con un $a+b=9$ podría haberle tocado un $ab=14$ a

Pedro, que le permitiría deducir inmediatamente 7 y 2.

Reformulando el diálogo...

Simón: No puedo conocer a y b sabiendo $a+b$ ($a+b=11$) porque puede tratarse de varios pares posibles (2 y 9, 3 y 8, 4 y 7 ó 5 y 6). Pero, indudablemente tú tampoco, sabiendo ab (porque sean 2 y 9, 3 y 8, 4 y 7 ó 5 y 6, puede tratarse de 18, 24, 28 ó 30 y así pueden ser $2 \times 9=18, 3 \times 6=18, 3 \times 8=24, 6 \times 4=24, 12 \times 2=24, 4 \times 7=28, 14 \times 2=28, 2 \times 15=30, 3 \times 10=30$ ó $5 \times 6=30$)

Pedro: Ah... en ese caso, puedo hallar dichos números sea porque mi $ab=18$, no puede sino provenir de 2 y 9 porque si lo fueran de 3 y 6, con tu suma de 9 podrías sospecharme un producto de 2 y 7, totalmente calculable a partir de la descomposición de sus factores primos) o sea (porque mi $ab=28$, no puede sino provenir de 4 y 7 porque si lo fueran de 14 y 2, con tu suma de 16 podrías sospecharme un producto de 13 y 3, totalmente calculable a partir de la descomposición de sus factores primos)

Hasta aquí, muy bien. Pero, no podría concluir así:

Simón: Con estos datos extras... yo también!, porque a Simón no le alcanzan los datos para saber si trata de $ab=18$ proveniente de 2 y 9 ó de $ab=28$ proveniente de 4 y 7

De forma similar, aparecería la ambigüedad con el $a+b=17$, entre 4 y 13 ó 8 y 9.

De forma similar, aparecería la ambigüedad con el $a+b=23$, entre 4 y 19 ó 7 y 16

De forma similar, aparecería la ambigüedad con el $a+b=27$, entre 2 y 25 ó 4 y 23

De forma similar, aparecería la ambigüedad con el $a+b=29$, entre 4 y 25 ó 13 y 16

De forma similar, aparecería la ambigüedad con el $a+b=35$, entre 4 y 31 ó 16 y 19
Sólo se salva el $37 = 2+35, 3+34, 4+33, 5+32, 6+31, 7+30, 8+29, 9+28,$
 $10+27, 11+26, 12+25, 13+24, 14+23, 15+22, 16+21, 17+20, 18+19.$

Si $a+b$ fuese 37, ab podría ser 70, 102, 132, 160, 186, 20, 232, 252, 270, 286, 300, 312, 322, 330, 336, 340 ó 342. Digamos que Pedro recibiera un $ab=70$, no sabe si está frente a 2 y 35, 5 y 14 ó 7 y 10. Pero al escuchar la declaración de Simón, descarta 5 y 14 que le hubieran dado $a+b=19$. Desde el punto de vista de Simón, con un $a+b=19$ podría haberle tocado un $ab=34$ a Pedro, que le permitiría deducir inmediatamente 17 y 2....

Hasta aquí llegue esta madrugada. Si me dan una señal para continuar, quizá....

Solución: Liliana Said

Problema 9

La policía arresta a cuatro hombres, uno de los cuales ha cometido un robo, los mismos hacen las siguientes declaraciones:

Alberto: "Bernardo es culpable"

Bernardo: "Daniel es culpable"

Carlos: "Yo no soy culpable"

Daniel: "Bernardo miente cuando afirma que soy culpable".

Si se sabe que una sola de estas declaraciones es verdadera, ¿quien es el culpable del robo?

Propuesto por: Enzo

Solución

Si Carlos miente, el culpable es él. Por tanto, Alberto y Bernardo mienten y Daniel es veraz.

Si Carlos es veraz, todos los demás mienten, incluido Bernardo. Pero entonces Daniel no estaría mintiendo...

Por tanto la única posibilidad es que el culpable sea Carlos.

Problema 10

Tengo la siguiente ecuación: $\frac{\text{Log } 5}{\text{Log } (x+3)} + \frac{\text{Log } (x+1)}{\text{Log } 3} = 2$

Tanteando, se que $x = 2$, pero ¿como se resuelve paso a paso?.

Propuesto por JMYRIAM – Aparecido en Matracas Diciembre del 2005

Solución

La ecuación se resuelve de la siguiente manera:

$$\frac{\text{Log } 5}{\text{Log } (x+3)} + \frac{\text{Log } (x+1)}{\text{Log } 3} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log } 5 \cdot \text{Log } 3 + \text{Log } (x+1) \cdot \text{Log } (x+3) = 2 \text{Log } 3 \cdot \text{Log } (x+3)$$

$$\Rightarrow 2 \text{Log } 3 \cdot \text{Log } (x+3) - \text{Log } (x+1) \cdot \text{Log } (x+3) = \text{Log } 5 \cdot \text{Log } 3$$

$$\Rightarrow \text{Log } (x+3) [2 \text{Log } 3 - \text{Log } (x+1)] = \text{Log } 5 \cdot \text{Log } 3$$

$$\Rightarrow \text{Log } (x+3) \cdot \text{Log } \frac{9}{x+1} = \text{Log } 5 \cdot \text{Log } 3$$

Por lo tanto: $\text{Log } (x+3) = \text{Log } 5$ y $\text{Log } \frac{9}{x+1} = \text{Log } 3$,

$$\Rightarrow x+3 = 5 \quad \text{y} \quad \frac{9}{x+1} = 3,$$

$$\Rightarrow x=2 \quad \text{y} \quad 3 = x+1 \Leftrightarrow x = 2$$

o bien: $\text{Log } (x+3) = \text{Log } 3$ y $\text{Log } \frac{9}{x+1} = \text{Log } 5$,

$$\Rightarrow x+3 = 3 \quad \text{y} \quad \frac{9}{x+1} = 5,$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \text{y} \quad x = 4/5: \text{ contradicción.}$$

Por lo tanto, la solución es $x = 2$

Amigos:

Es posible que algunas soluciones les queden medio cojas, pero han sido recopiladas tal cual fueron expuestas, solo adornaditas con mi editor de ecuaciones y mi buen gusto ... (jejeje), por lo tanto no habrá que tomárselas como rigurosamente resueltas, podrían haber algunas fallas, y si las encuentran me las comentan las corregimos y las volvemos a publicar

Muchas Gracias y disfrútenlo
