

Ahora si que Diana se lleva todos los lauros, prácticamente es dueña del fascículo, la verdad me alegra mucho que la gente colabore con lo que es suyo, animense amigos, y resuelvan los problemitas

Problema 1

Calcular el volumen del tetraedro AHMN, si AC= 26, PQ = 12, (P y Q son puntos de tangencia)

Fuente: Olimpo Matemático: Concurso de becas N° 1-Lima Perú – Problema 6- Recopilado por Aldo Gil

Solución

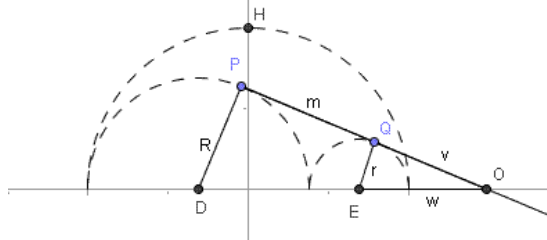
El volumen pedido es un tercio del área de la base por la altura.

$$\text{Volumen} = \frac{\text{Area de la base} \cdot \text{altura}}{3}$$

Cálculo de la altura:

La altura coincide con el radio de la esfera exterior, luego será la mitad de la longitud del segmento AC, a saber: Altura=13

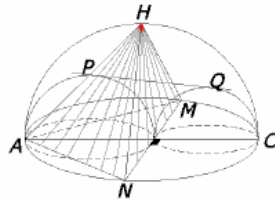
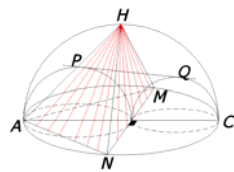
Cálculo de los radios de las circunferencias interiores (R y r):



los centros de las esferas interiores (DE) es igual a la suma de sus radios (R+r) e igual al radio de la esfera exterior (13), luego: $DE = R + r = \frac{1}{2} \cdot AC = 13$

Si prolongamos la tangente común a las circunferencias interiores hasta que corte al eje OX en un punto, que llamaremos O, por aplicación directa del teorema de Thales tenemos:

$$\frac{R}{r} = \frac{OP}{OQ} = \frac{OD}{OE} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{OQ+QP}{OQ} = \frac{OE+ED}{OE} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{v+12}{v} = \frac{w+13}{w}$$



Para calcular R y r, dibujamos la sección de la figura por el plano que contiene el segmento que une los centros y al punto H.

El segmento que une los puntos de tangencia es, por hipótesis, PQ=12, y el segmento que une

$$\text{Resolviendo: } w = \frac{r(R+r)}{R-r} \text{ y } v = \frac{12r}{R-r}$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que el radio, en el punto de tangencia, es perpendicular a la tangente, el triángulo OQE es un triángulo rectángulo en Q, y aplicando el teorema de Pitágoras: $OE^2 = OQ^2 + QE^2 \Rightarrow w^2 = v^2 + r^2$, y operando resulta: $Rr=36$

Como el producto de los radios es 36 y la suma de los radios es 13, los valores de los radios se obtienen resolviendo la siguiente ecuación de segundo grado:

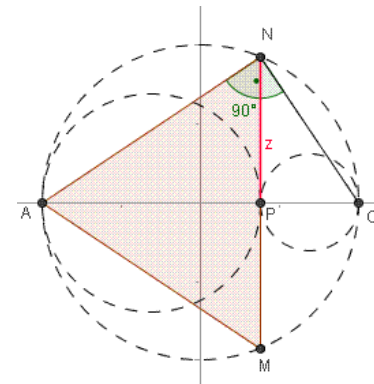
$$\lambda - 13\lambda + 36 = 0, \text{ cuyas soluciones son: } R = 9 \text{ y } r = 4$$

Cálculo del área de la base:

La figura muestra una vista desde arriba. La base es un triángulo isósceles, a saber ANM, cuya área es el semiproducto de su base (MN) por su altura (AP)

$$\text{Area} = \frac{MN \cdot AP}{2} = z \cdot AP$$

Además, $AP=2R=18$ y $PC=2r=8$ y como el triángulo CMA es un triángulo rectángulo en N, aplicando el teorema de la altura para triángulos rectángulos: $z^2 = AP \cdot PC = 2R \cdot 2r = 4Rr = 144 \Rightarrow z = 12$



Sustituyendo en la fórmula del área:

$$\text{Area} = \frac{MN \cdot AP}{2} = z \cdot AP = 12 \cdot 18 = 216$$

Sustituyendo en la fórmula del volumen:

$$\text{Volumen} = \frac{\text{Area de la base} \cdot \text{altura}}{3} = \frac{216 \cdot 13}{3} = 936$$

Solución: Diana Barredo – España – Ciudad de León

Problema 2

Determinar los valores de x (todos) de tal forma que A sea un número real, si:

$$A = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2 - 8x + 15} - \sqrt{x + 7}}{\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x + 1}}}$$

Fuente: Olimpo Matemático: Concurso de becas N° 1-Lima Perú – Problema 4- Recopilado por Aldo Gil

Solución

Consideremos el cuadrado de la expresión anterior, y lo racionalizamos:

$$A^2 = \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 15} - \sqrt{x + 7}}{\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x + 1}} = \frac{(\sqrt{x^2 - 8x + 15} - \sqrt{x + 7}) \cdot (\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x + 1})}{(\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x + 1}) \cdot (\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x + 1})}$$

La condición necesaria y suficiente para que A sea real es que su cuadrado sea un número real NO negativo. Luego estudiaremos para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se verifican las dos condiciones: $A^2 \geq 0$ y A^2 real.

$$A^2 = \frac{(\sqrt{x^2 - 8x + 15} - \sqrt{x + 7}) \cdot (\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x + 1})}{x^2 + 3}$$

El denominador es siempre real y positivo (para cualquier valor de x), luego vamos a estudiar cuándo el numerador es real y no negativo (positivo o nulo).

a) Para que sea real $(\sqrt{(x-5)(x-3)} - \sqrt{x+7}) \cdot (\sqrt{x^2+x+4} + \sqrt{x+1})$ es condición necesaria y suficiente que todos los radicandos sean números reales **NO** negativos:

$$(x-5)(x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3 \quad \text{ó} \quad x \geq 5$$

$$(x+7) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$$

$$(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$(x^2+x+4) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(\sqrt{(x-5)(x-3)} - \sqrt{x+7}) \cdot (\sqrt{x^2+x+4} + \sqrt{x+1}) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3 \quad \text{ó} \quad x \geq 5$$

b) Para que $(\sqrt{(x-5)(x-3)} - \sqrt{x+7}) \cdot (\sqrt{x^2+x+4} + \sqrt{x+1}) \geq 0$

Supuesto que todos los operados son reales, como es un producto de dos factores, uno de los cuales (el segundo) es siempre estrictamente positivo, la condición anterior es equivalente a:

$$\sqrt{(x-5)(x-3)} - \sqrt{x+7} \geq 0$$

$$\sqrt{(x-5)(x-3)} - \sqrt{x+7} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)(x-3)} \geq \sqrt{x+7} \Leftrightarrow (x-5)(x-3) \geq x+7 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x-8) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 \quad \text{ó} \quad x \geq 8$$

La intersección de los conjuntos obtenidos en a) y b), son todos los valores de x para los que el valor de la expresión A , es un número real.

$$\{-1 \leq x \leq 3 \quad \text{ó} \quad x \geq 5\} \cap \{x \leq 1 \quad \text{ó} \quad x \geq 8\} = \{-1 \leq x \leq 1\} \cup \{x \geq 8\}$$

Solución: Diana Barredo – España – Ciudad de León

Problema 3

De vez en cuando es bueno husmear otras listas, me he encontrado unas perlitas bárbaras, este me lo conseguí allí y me gusto, simplón nomás.

Al subir las gradas de una escalera de dos en dos, no sobra ninguna. Al subir las gradas de la misma escalera de tres en tres, sobra una grada. Si el número de gradas de la escalera es divisible por cinco y por un número comprendido entre 50 e 90, ¿Cuántas gradas tiene la escalera?

Fuente: Lista de discusión Olimpiada Matemática Brasileira-06 Junio 2006-06-12-Aline Marques

Solución

Note que cuando subimos la escalera de 2 como también tiene que ser divisible por 2, tiene que ser par, por tanto acaba en 0. agrupar el número n de gradas en grupos de 2, o sea, es divisible por 2. Siguiendo el mismo raciocinio, es divisible por 3 con Entre 50 e 90 tenemos 60, 70 e 80 que satisfacen esas condiciones. 60 dividido por 3 deja resto 0 y 80 dividido por 3 deja resto 2. Por lo tanto, el único número que para que un número sea divisible por 5, debe terminar en 0 o 5. Por ende, satisface el problema es $n = 70$ gradas.

Solución: Lista de discusión Olimpiada Matemática Brasileira-06 Junio 2006-06-12-Carlos Eduardo- Traducido y adaptado por Aldo Gil

Problema 4

Determine todas las soluciones de $x^y = y^x$ con x e y racionales positivos.

Fuente: Problemas Propuestos Revista Eureka – Brasil – Problema N° 11

Solución

Es evidente que si $x = y \in \mathbb{Q}_+$ satisfacen la ecuación.

Suponga que $x \neq y$, sea entonces $\frac{x}{y} = a$

($a \in \mathbb{Q}_+$), luego:

$$ay = y^a \rightarrow y = a^{\frac{1}{a-1}} \quad y, \quad \text{haciendo}$$

$$a-1 = \frac{p}{q}, \quad a = \frac{p+q}{q}, \quad \text{tenemos:}$$

$$\begin{cases} y = \left(\frac{p+q}{q}\right)^{\frac{q}{p}} \\ x = \left(\frac{p+q}{q}\right)^{\frac{q+p}{p}} \end{cases}$$

Ya que p y q son primos entre si, $p+q$ y q también son primos entre si, y por lo tanto debemos garantizar que $\sqrt[p]{p+q}$ y $\sqrt[q]{q}$ sean enteros. Necesariamente debemos tener $p = 1$; si no veamos: su-

ponga que $p \geq 2$ y que $q = s^p$ para algún entero positivo s ; de ahí $s^p < p + q < (s + 1)^p$ (pues $(s + 1)^p - s^p > p \cdot s^{p-1} \geq p$) y no tenemos $\sqrt[p]{p+q}$ siendo un entero, lo que nos obliga a hacer $p=1$.

Para $x \neq y$, tenemos:
$$\begin{cases} x = \left(\frac{1+q}{q}\right)^{q+1} \\ y = \left(\frac{1+q}{q}\right)^q \end{cases}$$
 donde q es un entero mayor o igual a 1. Es fácil verificar que tales x e y son racionales y son soluciones del problema, para todo $q \geq 1$ natural.

Conclusión:

Solución: Carlos Alberto da Silva Victor- Adaptado y traducido por Aldo Gil

Problema 5

Un supertriángulo es un triángulo oblicuo (no rectángulo) donde sus lados son enteros y cuyo perímetro y área son ambos potencias exactas (cuadrados, cubos, etc.) . Demostrar que existe un número infinito de dichos triángulos.

Fuente: School Science and Math-Problema 4752 by Richard Francis.

Solución

Bien jaladita de los pelos, por eso me llamo la atención

Para cada n consideramos el triángulo oblicuo de lados $a=9n^2$, $b=10n^2$, $c=17n^2$. Entonces el perímetro $P=9n^2+10n^2+17n^2=(6n)^2$ y el semiperímetro s es dado por $s=1/2P=18n^2$. Aplicando la fórmula de Herón para hallar el área del triángulo:

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{18n^2(9n^2)(8n^2)(n^2)} = (6n^2)^2$, de aquí creo que se puede deducir la prueba....

Solución: Davis Manes Nueva York , adaptada y traducida por Aldo Gil.

Problema 6

Si $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Además $a \neq b \neq c$. Calcular el valor de:

$$E = \frac{(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 + (a-b+c)^2 + (a-b-c)^2}{ab+ac+bc}$$

Fuente: Olimpo Matemático: Concurso de becas N° 1-Lima Perú – Problema 3- Recopilado por Aldo Gil

Solución

Simplificamos la expresión E , desarrollando los cuadrados del numerador:

$$E = \frac{4 \cdot (a^2 + b^2 + c^2)}{ab+ac+bc}$$

a) Si $a + b + c \neq 0$:

Como $a+b+c$ es no nulo, podemos multiplicar numerador y denominador de E por dicho valor:

$$E = 4 \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab+ac+bc} = 4 \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab+ac+bc} \cdot \frac{a+b+c}{a+b+c}$$

Operando y teniendo en cuenta que, por hipótesis, $a^3+b^3+c^3=abc$.

$$\begin{aligned} E &= 4 \cdot \frac{a^3 + b^3 + c^3 + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b}{3 \cdot abc + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b} = \\ &= 4 \cdot \frac{3abc + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b}{3abc + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b} = 4 \end{aligned}$$

b) Si $a+b+c=0$:

$$E = 4 \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab+ac+bc} = 4 \cdot \frac{[(a+b)^2 - 2ab] + c^2}{ab + (a+b) \cdot c}$$

Al ser $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c$ y, sustituyendo en la expresión anterior:

$$E = 4 \cdot \frac{[(a+b)^2 - 2ab] + c^2}{ab + (a+b) \cdot c} = 4 \cdot \frac{(-c)^2 - 2ab + c^2}{ab + (-c) \cdot c} = 4 \cdot \frac{2 \cdot (c^2 - ab)}{ab - c^2} = -8$$

Luego, la expresión E sólo tiene dos posibles valores, a saber 4 y -8 . El máximo valor de dicha expresión es 4, alcanzándose dicho valor en cualquier terna de números a, b, c tales que $a + b + c \neq 0$.

Solución: Diana Barredo – España – Ciudad de León

Problema 7

Aquí vamos con uno del Patto:

Dado un pentágono $ABCDE$, con $AB=BC$, $CD=DE$, $BD=2$, ángulos $ABC = 120^\circ$ y $CDE = 60^\circ$; encontrar el área del pentágono.

Me pareció un excelente ejercicio de geometría, espero que lo encuentren interesante

Fuente: Instancia Nacional, Olimpiada Matemática Argentina-Traído por el Patto Argentina

Solución

Bo que pasa. Vamos con el pentágono:

Lo triangulamos como en el dibujo adjunto y vemos que como el ángulo $CDE=60^\circ$, y $CD=DE$, necesariamente el triángulo CDE es equilátero, luego su área es

$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot CD^2$. Como $AB=BC$, y el ángulo $ABC=120^\circ$, el área del triángulo ABC es $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2$, por ser AB su base y $BC \cdot \text{sen}60^\circ$ su altura. Por último, el triángulo ACE tiene como base a $CE=CD$, y como altura a la del triángulo ABC , luego su área es $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB \cdot CD$. En conclusión, el área del pentágono es $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (AB^2 + CD^2 + AB \cdot CD)$

Solución: Alberto Castaño Domínguez Tuzania

Solución 2

Como siempre acucioso Ignacio, con una brillante resolución, no es mala la de Alberto sino que la de Ignacio es mas completa.

Tu parece suponer que CE es paralelo a AB , lo que no tiene por que ser así. El pentágono en cuestión tiene dos grados de libertad, las longitudes AB y CD , por ejemplo. A pesar de ello, su área es constante, siempre que sea no cruzado. Es decir, aunque no sea convexo. Esta área es la del triángulo rectángulo de lado 2, obtenido haciendo que $AB \rightarrow 0$, ó del BCA con $AB = BC = 2$, obtenido haciendo $CD \rightarrow 0$.

El caso es demostrar que esto es efectivamente así, y el área no depende de los valores de AB y CD (que pueden variar independientemente).

Pues vamos a ello. El pentágono entonces lo podemos descomponer en los tres triángulos ABC , CDE y CEA . Llamemos $a = AB = BC$ y $b = CD = DE = CE$, esta última igualdad consecuencia de que CDE es equilátero. Sea C el ángulo BCD y C' el ACE . Sea también $c = AC$. Representando el área de un triángulo mediante sus vértices entre paréntesis, tenemos

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \text{sen} 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \cdot \text{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} b^2$$

$$S_{CEA} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen} C'$$

Pero: $C = 30^\circ + C' + 60^\circ = C' + 90^\circ \Rightarrow \text{sen}(C') = -\text{cos}(C)$.

El coseno de C lo podemos calcular aplicando el teorema del coseno al triángulo BCD :

$$\text{Cos}(C) = (a^2 + b^2 - 2^2)/(2ab) \Rightarrow$$

$$\text{sen}(C') = (4 - (a^2 + b^2))/(2ab)$$

Para hallar c , aplicamos el teorema del coseno al triángulo ABC :

$$c^2 = a^2 + a^2 - 2^a \cdot a \cdot \text{cos}(120) = 3a^2 \Rightarrow$$

$$c = \sqrt{3}a$$

Sustituyendo en el área de CEA ,

$$S_{CEA} = (1/2) \cdot b \cdot \sqrt{3}a \cdot a \cdot (4 - (a^2 + b^2))/(2ab) = (\sqrt{3}a/4)(4 - (a^2 + b^2)) = \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} (4 - (a^2 + b^2)) \right) = \sqrt{3}$$

Entonces,

$$S_{ABCDE} = S_{ABC} + S_{CDE} + S_{CEA} =$$

con independencia de cuanto valgan a y b , siempre que el ángulo C sea mayor que 90° , lo que equivale a que el pentágono no sea cruzado.

Muy bonito, si señor ...

Solución: Ignacio Larrosa Cañestro

Problema 8

Como se plantean problemitas de este tipo y con soluciones a partir de un artificio muy astuto

Si $a = (2 + \sqrt{5})^{1/3}$, demostrar que $\frac{a^2 - 1}{a} = 1$.

Fuente: Propuesto por Michael Brozinsky, Nueva York

Solución

Sabemos que: $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^3 = \frac{1 + 3\sqrt{5} + 15 + 5\sqrt{5}}{8} = 2 + \sqrt{5}$, esto es

$$a = (2 + \sqrt{5})^{1/3} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}. \text{ Entonces } \frac{a^2 - 1}{a} = a - \frac{1}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - \frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - \frac{2}{1 + \sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{1 + \sqrt{5}} \cdot \frac{1 - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = 1. \text{ Lo que se quería demostrar.....quedo demostrado.}$$

Comentario: Existe otra solución usando la relación de oro (Golden Ratio), que dice así:

Si $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, es conocido que $\phi^2 = \phi + 1$, queda como ejercicio a los muchachos....

Solución: Harry Sedlinger, Nueva York, adaptado y traducido por Aldo Gil.

Problema 9

La trigonometría tiene unas resoluciones y demostraciones muy lindas, esta me gustó, espero que a ustedes también.

Dados los ángulos agudos x e y tales que $\text{sen } 2x + \text{sen } 2y = \frac{7}{5}$ y $\text{cos } 2x + \text{cos } 2y = 1$, en-

contrar $\tan x + \tan y$

Fuente: Kenneth Korbin, New York

Solución

Sabemos que $\tan x + \tan y = \frac{2\operatorname{sen}(x+y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)}$, el problema esta resuelto si podemos encontrar $\operatorname{sen}(x+y)$, y $\cos(x-y)$. Ahora:

$$\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 2y = 2\operatorname{sen}(x+y)\cos(x-y) = 7/5$$

$$\cos 2x + \cos 2y = 2\cos(x+y)\cos(x-y) = 1.$$

Dividiendo la primera ecuación por la segunda, obtenemos: $\tan(x+y) = 7/5$.

Como x e y son ángulos agudos positivos, y $\tan(x+y)$ es positiva, sabemos por lo tanto que $x+y$ es un ángulo agudo positivo. Usando las identidades trigonométricas $\tan^2 a + 1 = \sec^2 a$ y $\cos^2 a + \operatorname{sen}^2 a = 1$, obtenemos:

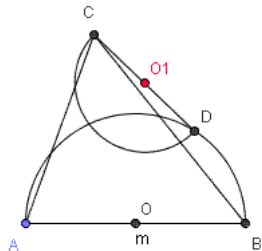
$$\cos^2(x+y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{7}{5}\right)^2} \Rightarrow \cos(x+y) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{7}{5}\right)^2}} = \frac{5\sqrt{74}}{74}$$

$$\operatorname{sen}^2(x+y) = \frac{\left(\frac{7}{5}\right)^2}{1 + \left(\frac{7}{5}\right)^2} \Rightarrow \operatorname{sen}(x+y) = \frac{\left(\frac{7}{5}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{7}{5}\right)^2}} = \frac{7\sqrt{74}}{74}$$

Desde que: $2\cos(x+y)\cos(x-y) = 1$, $\cos(x-y) = \frac{1}{2\cos(x+y)} = \frac{\sqrt{74}}{10}$. Sustituyendo estos valores en la ecuación inicial tenemos: $\tan x + \tan y = \frac{35}{31}$. *Salvo error u omisión....*

Solución: Jon Boncek, Montgomery, adaptado, traducido y maltratado por Aldo Gil

Problema 10



En la figura mostrada:

Si O y O_1 son centros, $AC = 5CD = 2\sqrt{3}$ Hallar OO_1 .

Fuente: Olimpo Matemático: Concurso de becas N° 1- Lima Perú – Problema 7- Recopilado por Aldo Gil

Solución:

Consideremos un sistema de referencia ortonormal centrado en el punto O . Si denotamos por r al radio de la circunferencia centrada en O y que pasa por A, B y D , podemos asociar las siguientes coordenadas en el sistema de referencia elegido:

por A, B y D , podemos asociar las siguientes coordenadas en el sistema de referencia elegido:

$$O = (0,0) \quad A = (-r,0) \quad B = (r,0) \quad C = (a,b) \quad D(c,d)$$

Al ser O_1 el centro de una circunferencia de diámetro $CD = 2\sqrt{3}$, obviamente, O_1 es el punto medio del segmento CD , luego sus coordenadas serán:

$$O_1 = \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$$

Por hipótesis:

$$\begin{array}{l} 1. AC=5 \Leftrightarrow (a+r)^2 + b^2 = 25 \\ 2. BC=6 \Leftrightarrow (a-r)^2 + b^2 = 36 \\ 3. CD=2\sqrt{3} \Leftrightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 12 \\ 4. OD=r \Leftrightarrow c^2 + d^2 = r^2 \end{array}$$

- Restando la segunda menos la primera:

$$-4ar = 11 \Rightarrow ar = 11/4$$

- Restando a la tercera la suma de la segunda y la cuarta:

$$-2(ac + bd) + 2ar = -24 \Rightarrow ac + bd = \frac{24 + 2ar}{2} = \frac{24 - 11/2}{2} = -\frac{37}{4} \Rightarrow ac + bd = \frac{37}{4}$$

Despejando en la tercera: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 12 + 2 \cdot (ac + bd)$

Por lo tanto:

$$OO_1^2 = \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{b+d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot (12 + 4ac + 4bd) = 3 + \frac{37}{4} = \frac{49}{4} \Rightarrow OO_1 = \frac{7}{2}$$

Solución: Diana Barredo – España – Ciudad de León

Este si me ha hecho trabajar mucho así que no hay novedades en este numerito, me rebelo.....!!!!

Hasta la próxima.....

Aldo Gil Crisóstomo